ETH Zürich
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Angelika Steger
Konstantinos Panagiotou

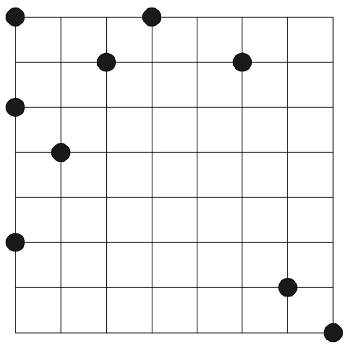
WS 2004/05
Übungsblatt 9

Randomisierte Algorithmen

Aufgabe 1

Sei $\mathcal{Z}_n$ ein zweidimensionales Gitter mit $n \times n$ Knoten. Zum Zeitpunkt 0 werden einige der Knoten des Gitters mit einem Virus infiziert. Anschliessend wird der folgende Prozess gestartet: zu jedem Zeitpunkt werden die Knoten des Gitters infiziert, die im vorigen Zeitpunkt mindestens zwei Nachbarn hatten, die infiziert waren; im letzten Zeitpunkt infizierte Knoten verbleiben auch im nächsten Zeitpunkt in diesem Zustand.

1. Zeigen Sie, dass für die unten abgebildete Konfiguration, nicht das gesamte Gitter infiziert wird! Geben Sie eine Konfiguration mit genau n infizierten Knoten an, die die Eigenschaft hat, dass nach endlich vielen Zeitschritten das gesamte Gitter infiziert wird!



2. Das "infizierte" Gitter heisst *stabil*, falls von der aktuellen Konfiguration keine Knoten mehr infiziert werden können. Nehmen Sie an, dass zum Zeitpunkt 0 jeder Knoten mit konstanter Wahrscheinlichkeit p infiziert wird. Zeigen Sie mit *Janson's* Ungleichung, dass dass die Wahrscheinlichkeit, dass die resultierende Konfiguration stabil ist, durch

$$e^{-\Theta(n^2)}$$

von oben beschränkt ist!

Besprechung der Hausaufgaben in der Übung am 11.01.2005.