

Algebra II

Bonusserie

SS 02

Die hier gesammelten Punkte werden deinem Punktekonto gutgeschrieben. Für das Testat verlangt sind 2/3 der möglichen Punkte der normalen Serien.
Abgabetermin: Montag 27.5.2002 in der Pause der Vorlesung

Aufgabe 1

(i) Wieviele Funktionen

$$f : \underbrace{\{0,1,2,\dots,9\}}_{10 \text{ Ziffern}} \rightarrow \underbrace{\{a,b,c,\dots,x,y,z\}}_{26 \text{ Buchstaben}}$$

gibt es, die nicht injektiv sind?

(ii) Wieviele dieser nicht injektiven Funktionen bilden '0' auf 'a' und '9' auf 'z' ab?

Aufgabe 2

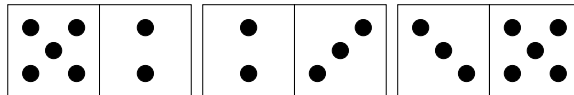
Zeige, dass es in einem Graphen mit mind. 2 Knoten immer zwei Knoten gibt, die den gleichen Grad haben.

Hinweis: Der Beweis sollte nicht mehr als 2 Zeilen benötigen.

Aufgabe 3

Ein Dominospiel bestehe aus $\binom{6}{2} + 6 = 21$ Spielsteinen der Form $[x|y]$, wobei x und y jeweils Zahlen zwischen 1 und 6 sind. (Beachte: da sich die Steine drehen lassen, sind $[x|y]$ und $[y|x]$ äquivalent.)

Zeige, dass es nicht möglich ist, alle 21 Steine auf einer Linie so anzuordnen, dass benachbarte Augenzahlen gleich sind.



Hinweis: Eulergraphen, doch nicht ganz.

Aufgabe 4

Professor McBrain hat 12 Jahre lang dieselbe Vorlesung gehalten. In jedem Jahr erzählte er genau drei Witze, jedoch nie dieselben drei. Wieviele Witze kennt McBrain mindestens.

Aufgabe 5

Angenommen, 60% aller ETH-Studenten spielen Tennis, 64% jassen und 50% spielen Schach; jeder geht mindestens einem der drei Vergnügen nach und 45% genau deren zwei. Welchen Prozentsatz erhält man höchstens für die Wissbegierigen, die allen drei Vergnügen nachgehen.

Aufgabe 6

Berechne von Hand 1001^4 mit Hilfe von Binomialkoeffizienten.