Ganze Zahlen

Die Typen `int`, `unsigned int`;
Auswertung arithmetischer Ausdrücke, arithmetische Operatoren

Celsius to Fahrenheit

```
// Program: fahrenheit.cpp
// Convert temperatures from Celsius to Fahrenheit.

#include <iostream>

int main()
{
  // Input
  std::cout << "Temperature in degrees Celsius =? ";
  int celsius;
  std::cin >> celsius;

  // Computation and output
  std::cout << celsius << " degrees Celsius are "
            << 9 * celsius / 5 + 32 << " degrees Fahrenheit.\n";
  return 0;
}
```

```
15 degrees Celsius are 59 degrees Fahrenheit.
```

`9 * celsius / 5 + 32`

- arithmetischer Ausdruck
- enthält drei Literale, eine Variable, drei Operatorsymbole

Wie ist der Ausdruck geklammert?

Assoziativität und Präzedenz

Regel 1: Punkt- vor Strichrechnung

```
9 * celsius / 5 + 32
```

bedeutet

```
(9 * celsius / 5) + 32
```

Assoziativität und Präzedenz

Regel 2: Von links nach rechts

```
(9 * celsius / 5) + 32
```

bedeutet

```
((9 * celsius) / 5) + 32
```

Assoziativität und Präzedenz

Regel 1: Multiplikative Operatoren (*, /, %) haben höhere Präzedenz (“binden stärker”) als additive Operatoren (+, -)

Regel 2: Arithmetische Operatoren (*, /, %, +, -) sind linksassoziativ (bei gleicher Präzedenz erfolgt Auswertung von links nach rechts

Assoziativität und Präzedenz

Regel 3: Unäre +,- vor binären +,-

`-3 - 4`

bedeutet

`(-3) - 4`

Assoziativität und Präzedenz

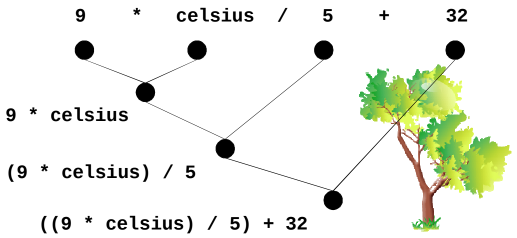
Jeder Ausdruck kann mit Hilfe der

- Assoziativitäten
- Präzedenzen
- Stelligkeiten (Anzahl Operanden)

der beteiligten Operatoren eindeutig geklammert werden (*Details* im Skript).

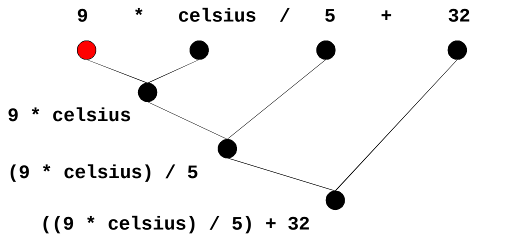
Ausdrucksbäume

Klammerung ergibt *Ausdrucksbaum:*



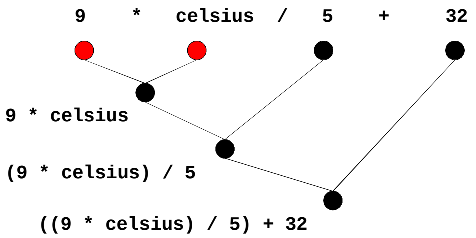
Auswertungsreihenfolge

Von oben nach unten im Ausdrucksbaum:



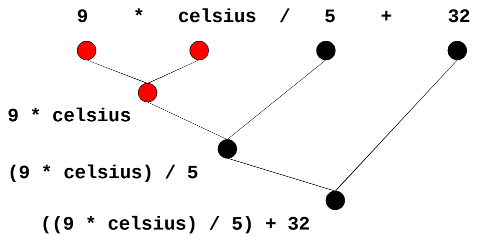
Auswertungsreihenfolge

Von oben nach unten im Ausdrucksbaum:



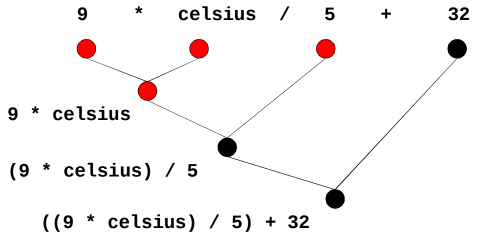
Auswertungsreihenfolge

Von oben nach unten im Ausdrucksbaum:



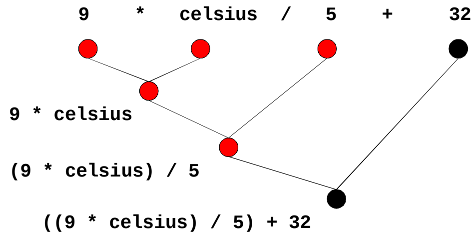
Auswertungsreihenfolge

Von oben nach unten im Ausdrucksbaum:



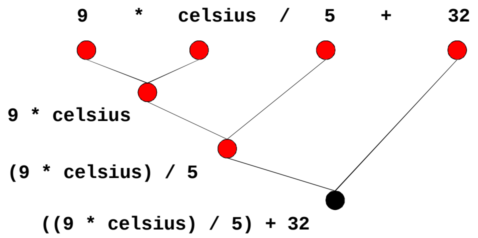
Auswertungsreihenfolge

Von oben nach unten im Ausdrucksbaum:



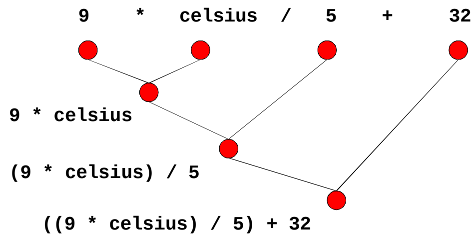
Auswertungsreihenfolge

Von oben nach unten im Ausdrucksbaum:



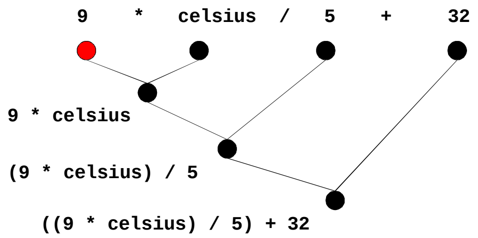
Auswertungsreihenfolge

Von oben nach unten im Ausdrucksbaum:



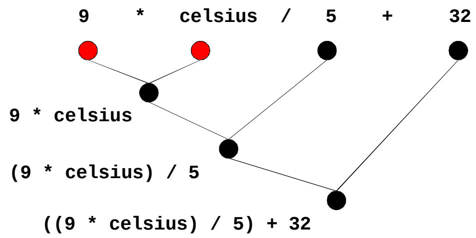
Auswertungsreihenfolge

Reihenfolge ist nicht eindeutig bestimmt:



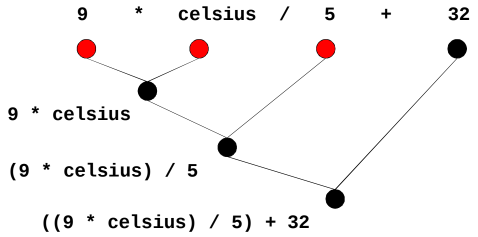
Auswertungsreihenfolge

Reihenfolge ist nicht eindeutig bestimmt:



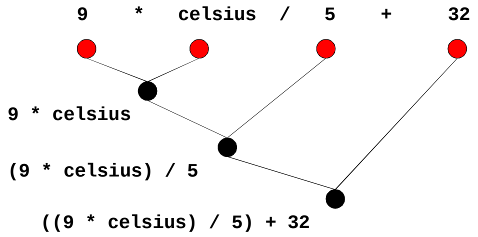
Auswertungsreihenfolge

Reihenfolge ist nicht eindeutig bestimmt:



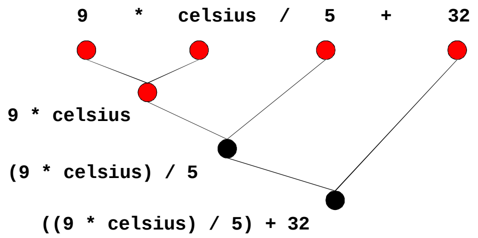
Auswertungsreihenfolge

Reihenfolge ist nicht eindeutig bestimmt:



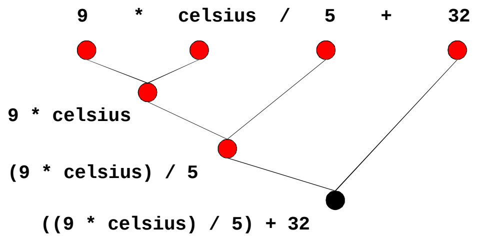
Auswertungsreihenfolge

Reihenfolge ist nicht eindeutig bestimmt:



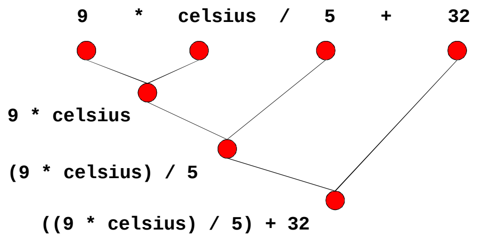
Auswertungsreihenfolge

Reihenfolge ist nicht eindeutig bestimmt:



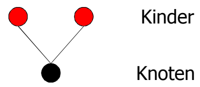
Auswertungsreihenfolge

Reihenfolge ist nicht eindeutig bestimmt:



Auswertungsreihenfolge

- Gültige Reihenfolge: Jeder Knoten wird erst *nach* seinen Kindern ausgewertet.



Auswertungsreihenfolge

- Gültige Reihenfolge: Jeder Knoten wird erst *nach* seinen Kindern ausgewertet.

Kinder

Knoten

In C++ ist die anzuwendende gültige Reihenfolge nicht spezifiziert.

- "Guter" Ausdruck: jede gültige Reihenfolge führt zum gleichen Ergebnis

Arithmetische Operatoren

	Symbol	Stelligkeit	Präzedenz	Assoziativität
Unäres +	+	1	16	rechts →
Unäres -	-	1	16	rechts →
Multiplikation	*	2	14	links
Division	/	2	14	links
Modulus	%	2	14	links
Addition	+	2	13	links
Subtraktion	-	2	13	links

Operand rechts

Arithmetische Operatoren

	Symbol	Stelligkeit	Präzedenz	Assoziativität
Unäres +	+	1	16	rechts
Unäres -	-	1	16	rechts
Multiplikation	*	2	14	links
Division	/	2	14	links
Modulus	%	2	14	links
Addition	+	2	13	links
Subtraktion	-	2	13	links

Alle Operatoren: R-Wert × R-Wert → R-Wert

Division und Modulus

- Operator / realisiert *ganzzahlige* Division:

`5 / 2` hat Wert 2

- in **`fahrenheit.C`**:

```
9 * celsius / 5 + 32:
  15 degrees Celsius are 59 degrees Fahrenheit
```

```
9 / 5 * celsius + 32:
  15 degrees Celsius are 47 degrees Fahrenheit
```

Division und Modulus

- Operator / realisiert *ganzzahlige* Division:

`5 / 2` hat Wert 2

- in **`fahrenheit.C`**:

```
9 * celsius / 5 + 32:
  15 degrees Celsius are 59 degrees Fahrenheit
```

```
1 * celsius + 32:
  15 degrees Celsius are 47 degrees Fahrenheit
```

Division und Modulus

- Operator / realisiert *ganzzahlige* Division:

`5 / 2` hat Wert 2

- in **`fahrenheit.C`**:

```
9 * celsius / 5 + 32:
  15 degrees Celsius are 59 degrees Fahrenheit
```

```
1 * 15 + 32:
  15 degrees Celsius are 47 degrees Fahrenheit
```

Division und Modulus

- Operator / realisiert *ganzzahlige* Division:

  `5 / 2` hat Wert 2

- in **`fahrenheit.C`**:

```
9 * celsius / 5 + 32:
  15 degrees Celsius are 59 degrees Fahrenheit

47:
  15 degrees Celsius are 47 degrees Fahrenheit
```

Division und Modulus

- Modulus-Operator berechnet *Rest* der ganzzahligen Division

  `5 / 2` hat Wert 2

- Es gilt immer:

  `(a / b) * b + a % b` hat den Wert von a

- Falls **a** oder **b** negativ, so gibt es zwei Möglichkeiten:

  `-5 / 2` hat Wert -2

  `-5 % 2` hat Wert -1

  Rundung gegen 0

Division und Modulus

- Modulus-Operator berechnet *Rest* der ganzzahligen Division

  `5 / 2` hat Wert 2

- Es gilt immer:

  `(a / b) * b + a % b` hat den Wert von a

- Falls **a** oder **b** negativ, so gibt es zwei Möglichkeiten:

  `-5 / 2` hat Wert -3

  `-5 % 2` hat Wert 1

  Rundung gegen unendlich

Division und Modulus

- Modulus-Operator berechnet *Rest* der ganzzahligen Division

  `5 / 2` hat Wert 2 `5 % 2` hat Wert 1

- Es gilt immer:

  `(a / b) * b + a % b` hat den Wert von a

- Meistens: falls **a** oder **b** negativ, so wird gegen 0 gerundet;

Inkrement und Dekrement

- Erhöhen / Erniedrigen einer Zahl um 1 ist eine häufige Operation
- geht für einen L-Wert *so:*

```
expr = expr + 1
```

- Nachteile:
  - *relativ lang*
  - *expr* wird zweimal ausgewertet (Effekte!)

In-/Dekrement-Operatoren

	Gebrauch	Stelligkeit	Präz.	Assoz.	L/R-Werte
Post-Inkrement	*expr*++	1	17	links	L-Wert -> R-Wert
Prä-Inkrement	++*expr*	1	16	rechts	L-Wert -> L-Wert
Post-Dekrement	*expr*--	1	17	links	L-Wert -> R-Wert
Prä-Dekrement	--*expr*	1	16	rechts	L-Wert-> L-Wert

In-/Dekrement-Operatoren

	Gebrauch	Effekt / Wert
Post-Inkrement	*expr*++	Wert von *expr* wird um 1 erhöht, der *alte* Wert von *expr* wird (als R-Wert) zurückgegeben
Prä-Inkrement	++*expr*	Wert von *expr* wird um 1 erhöht, der *neue* Wert von *expr* wird (als L-Wert) zurückgegeben
Post-Dekrement	*expr*--	Wert von *expr* wird um 1 erniedrigt, der *alte* Wert von *expr* wird (als R-Wert) zurückgegeben
Prä-Dekrement	--*expr*	Wert von *expr* wird um 1 erniedrigt, der *neue* Wert von *expr* wird (als L-Wert) zurückgegeben

In/Dekrement-Operatoren

Beispiel:

```
int a = 7;
std::cout << ++a << "\n";    // Ausgabe 8
std::cout << a++ << "\n";    // Ausgabe 8
std::cout << a   << "\n";    // Ausgabe 9
```

In/Dekrement-Operatoren

Ist die Anweisung

++expr;

äquivalent zu

expr++; ?

- Ja, aber…
  - Prä-Inkrement ist effizienter (alter Wert muss nicht gespeichert werden)
  - Post-In/Dekrement sind die einzigen linksassoziativen unärern Operatoren (nicht sehr intuitiv)

Arithmetische Zuweisungen

	Gebrauch	Bedeutung
+=	*expr1* += *expr2*	*expr1* = *expr1* + *expr2*
-=	*expr1* -= *expr2*	*expr1* = *expr1* - *expr2*
*=	*expr1* *= *expr2*	*expr1* = *expr1* * *expr2*
/=	*expr1* /= *expr2*	*expr1* = *expr1* / *expr2*
%=	*expr1* %= *expr2*	*expr1* = *expr1* % *expr2*

Arithmetische Zuweisungen

	Gebrauch	Bedeutung
+=	*expr1* += *expr2*	*expr1* = *expr1* + *expr2*
-=	*expr1* -= *expr2*	*expr1* = *expr1* - *expr2*
*=	*expr1* *= *expr2*	*expr1* = *expr1* * *expr2*
/=	*expr1* /= *expr2*	*expr1* = *expr1* / *expr2*
%=	*expr1* %= *expr2*	*expr1* = *expr1* % *expr2*

Arithmetische Zuweisungen werten *expr1* nur einmal aus.

Wertebereich des Typs `int`

- *b*-Bit-Repräsentierung: Wertebereich umfasst die ganzen Zahlen

  $\{-2^{b-1}, -2^{b-1}+1, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, 2^{b-1}-1\}$

- Auf den meisten Plattformen: $b = 32$

Wertebereich des Typs `int`

```
// Program: limits.cpp
// Output the smallest and the largest value of type int.

#include <iostream>
#include <limits>

int main()
{
  std::cout << "Minimum int value is "
            << std::numeric_limits<int>::min() << ".\n"
            << "Maximum int value is "
            << std::numeric_limits<int>::max() << ".\n";
  return 0;
}
```

z.B.

```
Minimum int value is -2147483648
Maximum int value is 2147483647
```

Überlauf und Unterlauf

- Arithmetische Operationen (+, -, *) können aus dem Wertebereich herausführen
- Ergebnisse können inkorrekt sein.

  `power8.cpp:` 15^8 = -1732076671

  `power20.cpp:` 3^{20} = -808182895
- Es gibt keine Fehlermeldung!

Der Typ `unsigned int`

- Wertebereich

  $\{0, 1, \ldots, 2^b-1\}$
- Alle arithmetischen Operatoren gibt es auch für **`unsigned int`**
- Literale: **`1u`**, **`17u`**,…

Gemischte Ausdrücke

- Operatoren können Operanden verschiedener Typen haben (z.B. **`int`** und **`unsigned int`** **`17 + 17u`**
- Solche gemischten Ausdrücke sind vom "allgemeineren" Typ **`unsigned int`**
- **`int`**-Operanden werden *konvertiert* nach **`unsigned int`**

Konversion

`int` Wert	Vorzeichen	**`unsigned int`** Wert
x	≥ 0	x
x	< 0	$x + 2^b$

Bei *Zweierkomplement*-Darstellung passiert dabei intern gar nichts!

Konversion "andersherum"

- Die Deklaration

  `int a = 3u`

  konvertiert **`3u`** nach **`int`** (Wert bleibt erhalten, weil er im Wertebereich von **`int`** liegt; andernfalls ist das Ergebnis implementierungsabhängig)

Wahrheitswerte

Boole'sche Funktionen; der Typ **`bool`**; logische und relationale Operatoren; Kurzschlussauswertung

Boole'sche Funktionen

- Boole'sche Funktion:

  $f: \{0,1\}^2 \rightarrow \{0,1\}$

- 0 enstpricht "falsch"
- 1 entspricht "wahr"

x	y	AND (x,y)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Boole'sche Funktionen

- Boole'sche Funktion:

  $f: \{0,1\}^2 \rightarrow \{0,1\}$

- 0 enstpricht "falsch"
- 1 entspricht "wahr"

x	y	OR (x,y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Boole'sche Funktionen

- Boole'sche Funktion:

  $f: \{0,1\}^1 \rightarrow \{0,1\}$

- 0 enstpricht "falsch"
- 1 entspricht "wahr"

x	NOT (x)
0	1
1	0

Vollständigkeit

- AND, OR, NOT sind die in C++ verfügbaren Boole'schen Funktionen
- Alle anderen *binären* boole'schen Funktionen sind daraus erzeugbar

x	y	XOR (x,y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Vollständigkeit

- AND, OR, NOT sind die in C++ verfügbaren Boole'schen Funktionen
- Alle anderen *binären* boole'schen Funktionen sind daraus erzeugbar

x	y	XOR (x,y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

XOR (x,y) =

AND (OR (x,y), NOT (AND (x,y)))

Vollständigkeit: Beweis

- Identifiziere binäre boole'sche Funktion mit ihrem *charakteristischem Vektor*:

x	y	XOR (x,y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Charakteristischer Vektor: 0110

XOR = f_{0110}

Vollständigkeit: Beweis

- Schritt 1: erzeuge die Funktionen f_{0001}, f_{0010}, f_{0100}, f_{1000}

f_{0001} = AND (x, y)
f_{0010} = AND (x, NOT (y))
f_{0100} = AND (y, NOT (x))
f_{1000} = NOT (OR (x, y))

Vollständigkeit: Beweis

- Schritt 2: erzeuge alle Funktionen

f_{1101} = OR (f_{1000}, OR (f_{0100}, f_{0001}))

f_{0000} = 0

Der Typ **bool**

- Repräsentiert Wahrheitswerte
- Literale ***true*** und ***false***
- Wertebereich {*true, false*}

```
bool b = true; // Variable mit Wert true
```

bool vs. **int**: Konversion

- **bool**'s können überall dort verwendet werden, wo **int**'s gefordert sind, und umgekehrt

bool	→	int
true	→	1
false	→	0

int	→	bool
≠0	→	*true*
0	→	*false*

bool vs. **int**: Konversion

- Existierende Programme verwenden oft keine **bool**'s, sondern nur die **int**'s 0 und 1; das ist aber schlechter Stil.

bool	→	int
true	→	1
false	→	0

int	→	bool
≠0	→	*true*
0	→	*false*

Logische Operatoren

	Symbol	Stelligkeit	Präzedenz	Assoziativität
Logisches Und (AND)	&&	2	6	links
Logisches Oder (OR)	||	2	5	links
Logisches Nicht (NOT)	!	1	16	rechts

`bool (× bool) -> bool`

R-Wert (× R-Wert) -> R-Wert

Relationale Operatoren

	Symbol	Stelligkeit	Präzedenz	Assoziativität
Kleiner	<	2	11	links
Grösser	>	2	11	links
Kleiner oder gleich	<=	2	11	links
Grösser oder gleich	>=	2	11	links
Gleich	==	2	10	links
Ungleich	!=	2	10	links

Zahlentyp × Zahlentyp -> **bool**

R-Wert × R-Wert -> R-Wert

DeMorgan'sche Regeln

- `!(a && b) == (!a || !b)`
- `!(a || b) == (!a && !b)`

`!` (reich *und* schön) `==` (arm *oder* hässlich)

Präzedenzen

Binäre arithmetische Operatoren
binden stärker als
Relationale Operatoren,
und diese binden stärker als
binäre logische Operatoren.

```
7 + x  <  y  &&  y  !=  3 * z
```

Präzedenzen

Binäre arithmetische Operatoren
binden stärker als
Relationale Operatoren,
und diese binden stärker als
binäre logische Operatoren.

```
((7 + x) <  y) && (y  != (3 * z))
```

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren **&&** und **||** werten den *linken* Operanden zuerst aus
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet

```
x != 0 && z / x > y
```

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren **&&** und **||** werten den *linken* Operanden zuerst aus
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet

x hat Wert 1: `x != 0 && z / x > y`

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren **&&** und **||** werten den *linken* Operanden zuerst aus
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet

x hat Wert 1: `true && z / x > y`

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren **&&** und **||** werten den *linken* Operanden zuerst aus
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet

x hat Wert 1: `true && z / x > y`

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren **&&** und **||** werten den *linken* Operanden zuerst aus
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet

x hat Wert 0: `x != 0 && z / x > y`

Kurzschlussauswertung

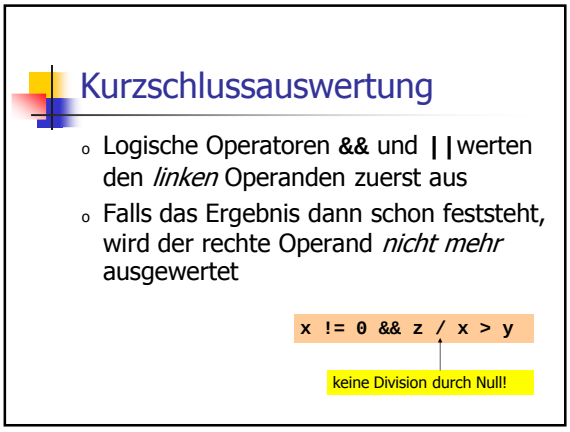
- Logische Operatoren **&&** und **||** werten den *linken* Operanden zuerst aus
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet

x hat Wert 0: `false && z / x > y`

Kurzschlussauswertung

- Logische Operatoren **&&** und **||** werten den *linken* Operanden zuerst aus
- Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand *nicht mehr* ausgewertet

x hat Wert 0: `false`


Kurzschlussauswertung
Logische Operatoren && und || werten den linken Operanden zuerst aus
Falls das Ergebnis dann schon feststeht, wird der rechte Operand nicht mehr ausgewertet
x != 0 && z / x > y
keine Division durch Null!