

Theoretische Informatik Übung 2 SoSe 2003Webseite zur Vorlesung: www.ti.inf.ethz.ch/ew/courses/TI.03**Präsenzaufgabe 1**

Bestimmen Sie eine geschlossene Form für die folgende Rekursion:

$$\begin{aligned} b(1) &= 1, \\ b(n) &= 2 + b(1) + b(2) + \dots + b(n-1) \quad \text{für } n \geq 2. \end{aligned}$$

Präsenzaufgabe 2

Seien X_i Zufallsvariablen für $1 \leq i \leq n$. Überzeugen Sie sich an einem Beispiel, dass das Maximum der Erwartungswerte von X_i nicht gleich dem Erwartungswert für das Maximum der X_i ist, d.h. im Allgemeinen gilt

$$\max_i E[X_i] \neq E[\max_i X_i].$$

Aufgabe 1

Bestimmen Sie für einen zufälligen Suchbaum mit n Knoten die erwartete Anzahl von Blättern. Was ist die erwartete Anzahl innerer Knoten?

Aufgabe 2

Man definiere einen zufälligen Suchbaum für eine Schlüsselmenge S ähnlich wie in der Vorlesung, mit dem Unterschied, dass das Wurzelement als das Maximum eines gleichverteilt zufällig gezogenen Paares von Schlüsseln aus S gewählt wird.

1. Sei S eine Schlüsselmenge der Grösse n . Wie gross ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass die Wurzel Rang i hat (für $i = 1, 2, \dots, n$)?

Anders formuliert: Wählt man zwei verschiedene Zahlen aus S (jedes mögliche Paar mit der gleichen Wahrscheinlichkeit $1/\binom{n}{2}$), wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Maximum der beiden Zahlen Rang i hat?

2. Was ist die erwartete Gesamttiefe eines auf diese Weise definierten zufälligen binären Suchbaums mit n Knoten?
3. Wie kann man das Ergebnis in Hinblick auf Quicksort interpretieren?

Aufgabe 3

Eine andere Art das Wurzelement zu wählen ist, den Median eines gleichverteilt zufällig gezogenen Tripels zu nehmen. Wie gross ist in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Wurzel den Rang i hat.

Abgabe: am 17. April in der Vorlesung.