

Theoretische Informatik Übung 7 SoSe 2003**Webseite zur Vorlesung:** www.ti.inf.ethz.ch/ew/courses/TI_03**Präsenzaufgabe 1**

Betrachten Sie den k -Paging-Algorithmus **LFU** (*least frequently used*). **LFU** merkt sich für jede Seite, wie oft diese insgesamt angefragt wurde. Muss eine Seite ersetzt werden, verlässt diejenige Seite den Cache, die bisher am seltensten angefragt wurde. Zeigen Sie, dass es keine Konstante $c > 0$ gibt, für die **LFU** c -kompetitiv ist. Konstruieren Sie dazu eine Folge von immer längeren Anfragesequenzen, für die das Verhältnis von Online- zu Offline Kosten gegen unendlich geht. (Es genügt, den Fall $k = 2$ zu betrachten.)

Aufgabe 1

Verwenden Sie den Heiratssatz, um zu beweisen, dass jeder k -reguläre bipartite Graph ein perfektes Matching besitzt.

Aufgabe 2

Für eine Zahl $t \in \{0, \dots, k\}$ betrachten Sie den Zeitpunkt einer Runde des **Marker**-Algorithmus, zu dem seit Beginn der Runde genau t Seiten ausgetauscht wurden. Zeigen Sie, dass die Menge T der Cache-Speicherplätze, deren Inhalt ausgetauscht wurde, eine zufällige t -elementige Teilmenge der Menge aller Speicherplätze ist, d.h.

$$\text{prob}(T = S) = \frac{1}{\binom{k}{t}}$$

für alle S mit $|S| = t$.

Aufgabe 3

Das Copycenter 'Queue & Copy' ist sehr beliebt und kann sich deshalb eine etwas merkwürdige Geschäftspolitik leisten: es werden jeweils nur Kunden bedient, die sich bereits vor Geschäftsöffnung um 8 Uhr in einer Schlange vor der Tür angestellt haben. 'Queue & Copy' verfügt über eine Menge identischer Kopierer, auf denen Aufträge parallel ausgeführt werden können. Die Kunden werden nun der Reihe nach bedient, wobei der jeweils nächste Kundenauftrag auf dem jeweils nächsten freiwerdenden Kopierer ausgeführt wird. Kunden, deren Aufträge gerade in Bearbeitung sind, warten bei einer Tasse Kaffee auf deren Fertigstellung. 'Queue & Copy' schliesst, wenn alle Aufträge ausgeführt sind.

Eines Tages kommt die Managerin auf die Idee, den Ablauf zu optimieren, um früher schliessen zu können: pünktlich um 8 Uhr sammelt sie sämtliche Kundenaufträge ein und berechnet mit einer Spezialsoftware diejenige Verteilung der Aufträge auf die Kopierer, die zur schnellstmöglichen Fertigstellung aller Aufträge führt. Jeder Kunde wird per SMS informiert, wenn sein Auftrag ausgeführt ist.

Lohnt sich der Aufwand? Beweisen Sie, dass die tägliche Öffnungszeit von 'Queue & Copy' mit dem neuen System immer noch mindestens halb so lang ist wie mit dem alten System.

Abgabe: Am 5. Juni 2003 in der Vorlesung.