Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Ecole polytechnique fédérale de Zurich
Politecnico federale di Zurigo
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

*Institut für theoretische Informatik*
*Dr. J. Giesen*

*24. November 2004*

# Informatik I für D-ITET — Serie 6 — WS 04/05

URL: `http://www.ti.inf.ethz.ch/ew/courses/inf1-ITET/`

Ein Lindenmayer-System, benannt nach dem Biologen Aristid Lindenmayer (1925–1985), ist ein Tupel $(\Sigma, P, s)$, wobei

- $\Sigma$ eine endliche Menge (*Alphabet*),
- $P$ eine Abbildung $\Sigma \to \Sigma^*$ (*Generator*) und
- $s \in \Sigma^*$ ein Wort (*Startwort*) ist.

Für eine Menge $\Sigma$ bezeichnen wir mit $\Sigma^*$ die Menge aller *Wörter*, d.h. aller endlichen Folgen von Elementen aus $\Sigma$ (inklusive des leeren Wortes, das wir mit $\varepsilon$ bezeichnen). Der Generator beschreibt eine Abbildung $\Pi : \Sigma^* \to \Sigma^*$ durch $\sigma_1 \dots \sigma_n \mapsto \Pi(\sigma_1 \dots \sigma_n) := P(\sigma_1) \dots P(\sigma_n)$, $n \in \mathbb{N}_0$. Ein Lindenmayer-System erzeugt ein Folge von Wörtern $w_0, w_1, \dots$ aus $\Sigma^*$, wobei $w_i := \Pi^i(s)$, für $i \in \mathbb{N}_0$ (insbesondere $w_0 = s$). Beispiel: Für das System $(\{X\}, \{X \mapsto XX\}, X)$ ist $w_i = X^{2^i}$.

Wir betrachten im folgenden Lindenmayer-Systeme über dem Alphabet $\Sigma' := \{+, -, X, Y\}$. Wörter über diesem Alphabet kann man grafisch interpretieren, indem man die einzelnen Symbole in Turtle-Grafik Befehle übersetzt. Hierbei entsprechen

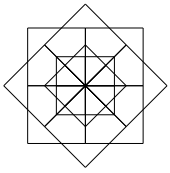
- + einer Rechtsdrehung um einen Winkel $\alpha$,
- - einer Linksdrehung um einen Winkel $\alpha$ und
- alle anderen Symbole einer Vorwärtsbewegung um einen Schritt,

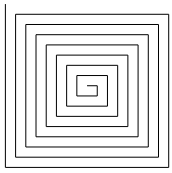
für einen beliebigen aber festen Winkel $\alpha$. Beispiel: Das Wort "X+Y+X+Y" für $\alpha = 90°$ entspricht einem Quadrat.

Die durch ein Lindenmayer-System definierten Wörter kann man sehr einfach rekursiv berechnen. Hierzu definiert man für jedes Symbol $\sigma$ des Alphabets eine Funktion mit Parameter $i \in \mathbb{N}_0$, welche $\Pi^i(\sigma)$ berechnet.

**Aufgabe 1** *(Diese Aufgabe wird in der Übungsstunde gelöst.)*

Schreibe Programme, die folgende Grafiken mit Hilfe der Turtle-Grafik Funktionen zeichnen.

a) `squares.C`: 

b) `spiral.C`: 

c) Schreibe ein Programm `lind.C`, das eine nichtnegative Zahl $i$ einliest und $w_i$ für das Lindenmayer-System $(\{X, +\}, \{X \mapsto X+X+,\ + \mapsto +\}, X)$ mit Winkel $\alpha = 90°$ grafisch ausgibt.

**Abgabe:** Aufgabe 2: bis 5. Dezember 2004, 12.00 Uhr, per Email.
Aufgabe 3: am 5. Dezember 2004, am Anfang der Übungen, schriftlich.
In der nächsten Woche wird es eine Schnellübung geben!

## Aufgabe 2 (6 Punkte)

Schreibe Programme, die eine nichtnegative Zahl $i$ einlesen und $w_i$ für die folgenden Lindenmayer-System $(\Sigma', P, s)$ grafisch ausgeben.

a) Ein Programm `lind-ko.C` für $P := \{X \mapsto X\text{-}X\text{++}X\text{-}X,\ + \mapsto +,\ - \mapsto -\}$, $\alpha := 45°$ und $s := X\text{+}X\text{+}X\text{+}X\text{+}X\text{+}X\text{+}X\text{+}X\text{+}$.

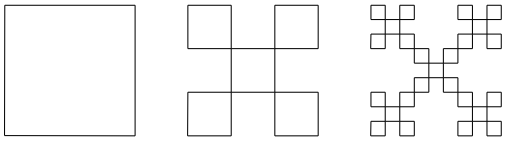
b) Ein Programm `lind-st.C` für $P := \{X \mapsto Y\text{+}X\text{+}Y,\ Y \mapsto X\text{-}Y\text{-}X,\ + \mapsto +,\ - \mapsto -\}$, $\alpha := 60°$ und $s := Y$.

c) Ein Programm `lind-go.C` für $P := \{+ \mapsto +,\ - \mapsto -,\ X \mapsto X\text{+}Y\text{++}Y\text{-}X\text{--}XX\text{-}Y\text{+},\ Y \mapsto \text{-}X\text{+}YY\text{++}Y\text{+}X\text{--}X\text{-}Y\}$, $\alpha := 60°$ und $s := Y$.

## Aufgabe 3 (6 Punkte)

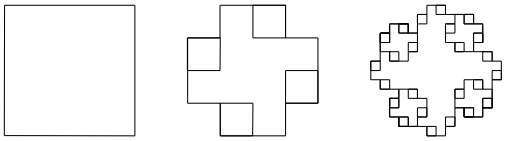
Gib Lindenmayer-Systeme $(\Sigma, P, s)$ an, welche folgende Wörter generieren.

a)



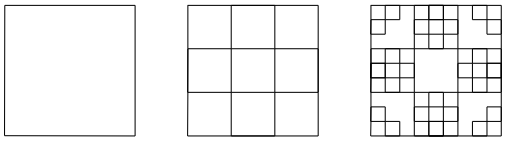
$w_0$ $w_1$ $w_2$

b)



$w_0$ $w_1$ $w_2$

c)



$w_0$ $w_1$ $w_2$

## Material aus der Vorlesung

### Programm: ggt.h

```
unsigned int ggt(unsigned int a, unsigned int b)
// POST: Rueckgabe ist der groesste gemeinsame
// Teiler von a und b, wobei ggt(x,0):=ggt(0,x):=x.
{
  if (b == 0) return a;
  return ggt(b, a % b);
} // ggt(a, b)
```

### Programm: fib.h

```
unsigned int fib(unsigned int n)
// POST: Rueckgabe ist die n-te Fibonacci-Zahl F_n, wobei
//   F_0:=0, F_1:=1 und F_i:=F_{i-1}+F_{i-2}, fuer i>1.
{
  if (n == 0) return 0;
  if (n <= 2) return 1;
  return fib(n-1) + fib(n-2);
} // fib(n)
```

### Programm: ackermann.h

```
unsigned int A(unsigned int n, unsigned int m)
// POST: Rueckgabe ist Wert der Ackermann-Funktion
//   A(n,m) : N_0 x N_0 -> N, wobei
//            / m+1             , fuer n=0;
//   A(n,m) := | A(n-1, 1)      , fuer n>0 und m=0;
//            \ A(n-1,A(n,m-1)), fuer n>0 und m>0.
{
  if (n == 0) return m+1;
  if (m == 0) return A(n-1, 1);
  return A(n-1, A(n, m-1));
} // A(n,m)
```

### Programm: login.h

```
// Programm: login.h
// Unbekannte login-Funktion...

#include <string>

bool login(std::string s);
// POST: true genau dann, wenn s das gueltige Passwort ist.
```

### Programm: code.C

```
// Programm: code.C
// Testet alle 0/1 strings der Laenge 50 mit 4 Einsen.

#include <iostream>
#include <login.h>

void crack(std::string prefix, unsigned int n, unsigned int o)
// POST: Ruft fuer jeden 0/1 string s der Laenge n mit o Einsen
//   login(prefix+s) auf. Falls login(prefix+s), wird prefix+s
//   nach std::cout ausgegeben.
{
  if (n < o) return;
  if (n == 0) {
    if (login(prefix)) std::cout << prefix << std::endl;
  } else {
    crack(prefix + "0", n-1, o);
    crack(prefix + "1", n-1, o-1);
  }
}

int main()
{
  crack("", 50, 4);
  return 0;
}
```